К РАСЧЕТУ РАЗМЫВАЕМОСТИ И ПЕРЕФОРМИРОВАНИЯ БЕРЕГОВЫХ СКЛОНОВ ЗЕМЛЯНЫХ РУСЕЛ

Ш.ГАГОШИДЗЕ, Т. ЛОРДКИПАНИДЗЕ

Рассматривается приближенная теория волнового вдольберегового движения в канале, сообщающемся с морем, и строится методика прогнозирования деформации его береговых склонов. Одним из самых характерных свойств вдольбереговых волн является рост их высоты вблизи береговой линии. Это свойство рельефно проявляется в точном решении Стокса, касающемся, однако, только волн на береговых склонах, бесконечно уходящих в глубину моря. Для каналов с конечной глубиной и с замкнутым контуром (в частности, трапецеидальных) используется метод вшивания решений волновых уравнений, записанных в цилиндрической и прямоугольной системе координат соответственно для участков, ограниченных береговыми склонами и горизонтальным дном канала.

***Ключевые слова*:** земляные русла, переформирование склонов, вдольбереговые волны, замкнутый контур, метод вшивания, трапецеидальный канал.

Введение

Волны, вторгшиеся в устья рек со стороны моря, также, как и ветровые и корабельные волны, в относительно неширокиx вытянутых водоемах и каналах имеют в основном вдольбереговое направление. Самым характерным свойством этих волн является рост их высоты вблизи береговой линии, или, наоборот, - уменьшение амплитуды, зафиксированной у берега, в сторону больших глубин. Это свойство вдольбереговых волн отражается в трех точных, но частных решениях, принадлежащих Стоксу, Келланду и Макдональду [1,2]. Стокс рассмотрел распространение коротких волн вдольберегового склона произвольного наклона, однако бесконечно уходящего в глубину моря. Келланду и Макдональду принадлежат два точных решения для волн на неподвижной воде в каналах, имеющих треугольные поперечные сечения с бортами, наклонными к вертикали соответственно под углом 45^0 и 60^0. Отсутствие точных общих решений для прогрессивных волн в треугольном канале с произвольно наклонными откосами (не говоря уже о каналах трапецеидального поперечного сечения), разумеется, объясняется математическими сложностями.

Имея в виду большую практическую значимость проблемы изучения воздействия волн на береговые откосы каналов и русел рек, ниже вкратце предлагаются основные результаты приближенной теории распространения вдольбереговых волн, наложенных на поверхность стационарного течения воды в трапецеидальном канале с произвольно наклонными береговыми откосами [3]. Использование этих результатов демонстрируется на примере оценки устойчивости и деформации берегового склона земляного трапецеидального русла.

1.Приближенная теория вдольбереговых волн в канале

Используя стандартные приемы преобразования координат, легко можно убедиться, что известные уравнения и граничные условия волновых возмущений, наложенных на равномерное течение и записанных в прямоугольной системе координат [1,4], в цилиндрической системе координат, приведенной на рис.1, принимают следующий вид [3]:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}=0\,; \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}+U_0^2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+2U_0\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial x}=-g\left(\cos\alpha\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{\sin\alpha}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}\right),\ \text{при}\quad r\cos\alpha=h_0\,; \tag{2}$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\alpha}=0\,,\qquad \text{при}\quad \alpha=\pm\alpha_0\,, \tag{3}$$

где φ – потенциал скорости волновых возмущений; h_0 – максимальная глубина воды в трапецеидальном канале; α_0- угол наклона берегового склона к вертикали (оси z), проходящей через его основание; r – радиус-вектор, действующий в секторе, ограниченном осью z и береговым склоном; U_0 – скорость стационарного потока в канале (совпадающая с осью x); знаки "$\pm$" берутся соответственно в правом и левом треугольных секторах канала. Уравнение (1) представляет собой уравнение Лапласа (неразрывности), записанное в цилиндрической системе координат; (2) является линеаризованным динамическим граничным условием, выполняемым на уровне невозмущенной свободной поверхности воды; а (3) – условие непроницаемости бортов канала.

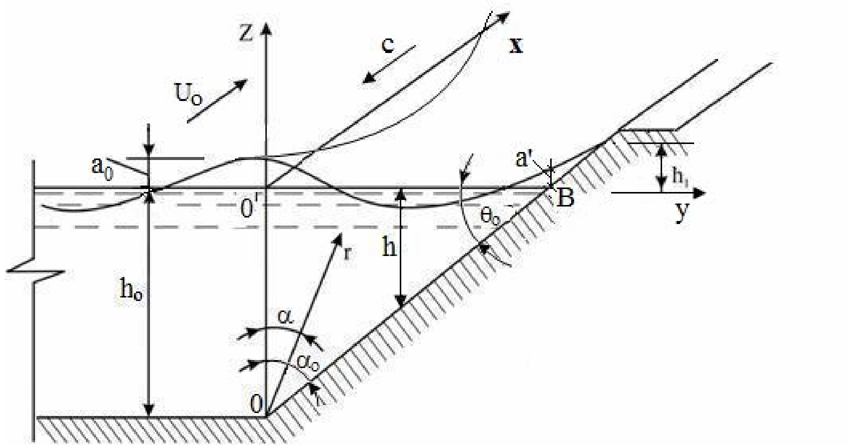

Рис. 1. Расчетная схема вдольбереговых волн в трапецеидальном канале

Для приближенного решения задачи (1)-(3) воспользуемся методом Канторовича[5], представляя потенциал скорости волновых возмущений в виде произведения функций

$$\varphi=f(r)F(\alpha)\exp i(\sigma t\pm kx) \tag{4}$$

и выбрав в качестве базисной функцию

$$f(r)=\cosh(kr) \tag{5}$$

В (4) i – мнимая единица; $\sigma=2\pi/\tau$ - частота волновых возмущений; τ– период; $k=2\pi/\lambda$– волновое число; λ – длина вдольбереговой волны; знаки "$\pm$" соответствуют распространению волн против и по направлению течения.

В соответствии с методом Канторовича, подставляя обозначения (5) и (4) в (1) и выполняя процедуру усреднения Галеркина (1) по всему диапазону изменения r – от 0 до $h_0/\cos\alpha_0$, приходим к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению для определения функции $F(\alpha)$:

$$\left(\sinh\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}+\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}\right)F''(\alpha)+\left(\frac{kh_0}{\cos\alpha_0}\cosh\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}-\frac{1}{2}\sinh\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}\right)F(\alpha)=0\,. \tag{6}$$

Решение этого уравнения с учётом обозначения (4) и граничного условия (3) имеет вид:

$$F(\alpha)=C\cos m(\alpha\mp\alpha_0)\,, \tag{7}$$

где C – произвольная постоянная, подлежащая определению или в пределах прямоугольной части канала (точнее - над точкой O′, приведенной на рис.1), либо же вдоль береговой линии (т.е. над точкой B).

Через m обозначена величина

$$m=\pm\left[\frac{\frac{kh_0}{\cos\alpha_0}\coth\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}-\frac{1}{2}}{1+\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}\left(\sinh\frac{2kh_0}{\cos\alpha_0}\right)^{-1}}\right]^{1/2}, \tag{8}$$

от которой зависит конфигурация волновой поверхности в направлении, ортогональном направлению вдольбереговых волн. В частности , в зависимости от m, гребни и ложбины вдольбереговых волн в поперечном направлении канала могут быть сплошными или образовать цепочку стоячих волн с узловыми линиями, параллельными береговой линии. Количество этих узловых линий определяется знакопеременностью функции F(α) в пределах берегового склона и равно целой части числа n , вычисляемого по формуле

$$n=\frac{m\alpha_0}{\pi}+\frac{1}{2}\,, \tag{9}$$

где α_0 выражение в радианах.

При n<1 (т.е. когда n=0) имеем дело с соизмеримыми или относительно длинными по сравнению с глубиной и шириной канала вдольбереговыми волнами, гребни и ложбины которых, не пересекая уровень невозмущенной поверхности воды, занимают всю ширину канала.

При $n\geq 1$ (т.е. при n=1;2…) гребни и ложбины вдольбереговых (относительно коротких) волн в поперечном направлении канала образуют вышеупомянутую волнистую поверхность со стационарными узловыми линиями (что и изображено на рис.1).

Предельная длина вдольбереговой волны, при которой происходит переход из одного случая в другой, определяется равенством

$$\lambda^*=2\pi h_0/(0{,}5+\pi^2/4\alpha_0^2)\cos\alpha_0\,. \tag{10}$$

Основная сложность рассматриваемой задачи заключается в соблюдении динамического граничного условия (2) на свободной поверхности потока. Не вдаваясь в подробности допущений, принятых в [3], укажем, что анализ предельного поведения динамического граничного условия (2) в случае $\lambda>\lambda^*$ (n=0) приводит к приближенному дисперсионному соотношению

$$(\sigma-kU_0)^2=gk\cos\alpha_0\tanh(kh_0/\cos\alpha_0)\,, \tag{11}$$

которое во втором случае, т.е. при $\lambda\leq\lambda^*$ (или $n\geq 1$), переходит в дисперсионное соотношение Стокса для коротких краевых волн [1,2]

$$(\sigma-kU_0)^2=gk\cos\alpha_0\,. \tag{12}$$

При n=0 произвольную постоянную C следует нормировать через амплитуду a_0, заданную над подошвой берегового склона с требованием, чтобы трехмерные решения в треугольной части канала плавно перерастали в известные решения для двухмерных волн в прямоугольной части канала. Тогда с учетом обозначений (4), (5) и (7) для потенциала скорости у правого берега канала получим

$$\varphi = a_0 \frac{g}{\sigma - kU_0} \frac{ch(kr)}{ch(kh_0)} \frac{\cos m(\alpha - \alpha_0)}{\cos(m\alpha_0)} \cos(\sigma t \pm kx). \tag{12}$$

С этим же требованием, при больших n постоянную C целесообразно нормировать (хотя это не имеет принципиального значения) через амплитуду a', заданную вдоль береговой линии (описываемой в принятой системе координат уравнением $r = h_0 / \cos\alpha_0$). Тогда для φ получим

$$\varphi = a' \frac{g}{\sigma - kU_0} \frac{ch(kr)}{ch(kh_0 / \cos m\alpha_0)} \cos m(\alpha - \alpha_0) \cos(\sigma t \pm kx). \tag{13}$$

Во всех случаях связь между амплитудами a' и a_0 выражается зависимостью

$$\frac{a'}{a_0} = \left| \frac{\cosh(kh_0 / \cos m\alpha_0)}{\cosh kh_0 \cos m\alpha_0} \right|, \tag{14}$$

согласно которой a' всегда больше a_0 и значительно превосходит её при больших kh_0, т.е. при наличии коротких вдольбереговых волн. При этом вдольбереговые волны смачивают береговой откос до отметки, приближенно определяемой равенством $h_1 = a'/\cos\alpha_0$ (рис.1).

В дальнейшем для оценки деформируемости земляных русел и каналов нам понадобятся значения компонентов сокоростей и давления вдольбереговых волн непосредственно в плоскости берегового откоса, на котором r принимает значения $\mathbf{r = (h_0 - h) / \cos\alpha_0}$, где h - переменная глубина потока над береговым склоном (рис.1). Исходя из вышеприведенных решений, будем иметь:

$$u = U_0 \mp AG \sin(\sigma t \pm k x); \tag{15}$$

$$v = AG \cos(\sigma t \pm k x); \tag{16}$$

$$p = \gamma h + \gamma A \sin(\sigma t \pm k x) - \gamma \frac{U_0^2}{2g}, \tag{17}$$

где u и ν - компоненты скорости движения частиц воды в произвольной точке плоскости берегового склона, направленные по этой плоскости соответственно вдоль береговой линии и ортогональной к ней; p - давление; γ - удельный вес воды; верхние знаки отвечают направлению волн против, а нижние – вдоль течения основного потока в канале, имеющего скорость U_0; A и G – геометрическая и частотная составляющие переменной амплитуды волны, вычисляемые при n<1 по зависимостям

$$A = a_0 \frac{\cosh[k(h_0 - h)/\cos\alpha_0]}{\cosh kh_0 \cos m\alpha_0}; \tag{18}$$

$$G = \left(\frac{gk}{\cos\alpha_0} \mathrm{cth} \frac{kh_0}{\cos\alpha_0} \right)^{1/2}, \tag{19}$$

а при $n \geq 1$ – по зависимостям Стокса

$$A = a' \exp(-kh/\sin\theta_0); \tag{20}$$

$$G = (gk / \sin\theta_0)^{1/2}, \tag{21}$$

где θ_0 – угол между невозмущенной поверхностью воды и плоскостью берегового склона.

Эти зависимости могут быть положены в основу оценки устойчивости и деформируемости незакрепленных и закрепленных русел рек и каналов, подверженных волновому воздействию во вдольбереговом направлении.

2. Расчетные зависимости для оценики устойчивости и деформируемости береговых склонов канала

Продемонстрируем сказанное на частном примере оценки устойчивости и деформируемости откосов трапецеидального канала, сообщающегося с морем. Приведенные выше соотношения позволяют рассмотреть статическую устойчивость частиц грунта или элементов защитных мероприятий бортов канала в следующих трех, наиболее опасных в смысле размыва, направлениях:

а) вверх, в направлении, нормальном к плоскости берегового склона, когда над элементом, лежащим на откосе, проходит подошва волны, а снизу действует фильтрационное противодавление, создаваемое усредненным (нулевым) уровнем воды в канале;

б) в направлении течения, обусловленном обтеканием частиц грунта или камней защитной наброски как основным потоком, так и вдольбереговыми волнами;

в) вниз по плоскости откоса, в перпендикулярном к береговой линии направлении, обусловленном трехмерной структурой вдольбереговых волн.

Рассмотрение по этим трем направлениям статической устойчивости частиц грунта, лежащих на береговом откосе, приводит соответственно к следующим уравнениям :

$$\boldsymbol{\gamma_s^{\bullet} d^3 \cos\theta_0 + c_o d^2 + \gamma A d^2 \sin\beta = 0} \;; \tag{22}$$

$$\boldsymbol{\gamma_s^{\bullet} f d^3 \cos\theta_0 + c_o d^2 - \frac{1}{2}\overline{C}\rho d^2 (U_0 + AG)(U_0 \pm AG \sin\beta) = 0} \;; \tag{23}$$

$$\boldsymbol{\gamma_s^{\bullet}(f\cos\theta_0 - \sin\theta_0) d^3 + c_o d^2 - \frac{1}{2}\overline{C}\rho d^2 (U_0 + AG) AG \cos\beta + f\gamma A |\sin\beta| d^2 = 0}\,, \tag{24}$$

где d –крупность частицы грунта приведенной к кубу; $\gamma_s^{\bullet} = (\gamma_s - \gamma)$ – удельный вес грунта во взвешенном состоянии; γ и ρ – удельный вес и плотность воды; f – коэффициент трения ($f \approx 0.7$); c_0 – коэффициент сцепления частиц грунта; $\overline{\mathbf{C}}$ – коэффициент лобового сопротивления ($\overline{\mathbf{C}} \approx \mathbf{1.05}$ [86]); A и G – составляющие амплитуды волны, вычисляемые по формулам (18)-(19) или (20)-(21) в зависимости от значения числа n, устанавливаемого по равенству (9); $\boldsymbol{\beta = (\sigma t - kx)}$ – фаза волны, проходящей над частицей. Согласно (22) для сдвига частицы наиболее опасное значение фазы $\beta = -\pi/2$ соответствует прохождению подошвы волны над частицей; а согласно (23) –прохождению гребня волны ($\boldsymbol{\beta = \pi/2}$), если направление волн совпадает с направлением стационарного течения или прохождению подошвы волны ($\boldsymbol{\beta = -\pi/2}$) – в противном случае. В (24) экстремальное значение фазы волны β зависит от скорости U_0 и амплитуды волны AG. В первом приближении можно принять $\boldsymbol{\beta \approx n\pi}$.

Определяя крупность d предельно устойчивых частиц грунта по вышеуказанным трем направлениям, в качестве расчетной выбираем наибольшую из них.

Следует отметить, что с ростом глубины потока h на береговом откосе ($0 \le h \le h_0$) резко уменьшается размывающая способность вдольбереговых волн. Например, если считать, что по каналу распространяются короткие волны и исходить из соотношений (22) и (20), то это уменьшение происходит по экспоненциальному закону. Из этих же соотношений та предельная глубина потока ($\mathbf{h_w}$), при которой сила фильтрационного противодавления уравновешивается силой тяжести частицы несвязного грунта (c_0=0), лежащего на береговом склоне, равна

$$\mathbf{h_w} = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{1+\mathbf{m_0^2}}}\,\ell\mathbf{n}\left(\frac{\gamma}{\gamma_s^{\bullet}}\frac{\mathbf{a'}}{\mathbf{d}}\frac{\sqrt{1+\mathbf{m_0^2}}}{\mathbf{m_0}}\right), \tag{25}$$

где a' – заданная или определяемая по формуле (14) амплитуда вдольбереговой волны; λ– длина волны; $\mathbf{m_0 = ctg\theta_0}$– первоначальное (проектное) значение коэффициента берегового откоса.

Соотношение (25) может быть положено в основу составления дифференциального уравнения контурной линии размытого берегового склона выше точки, определяемой глубиной h_w. Для этого сдвинем параллельно координатную систему, изображенную на рис.1, в точку, под которой глубина воды h_w и заменим в (25) h_w и m_0 соответственно переменными h=f(y) и $\mathbf{m_0'} = -\frac{\mathbf{dy}}{\mathbf{dh}}$. Примем также, что в процессе размыва амплитуда и длина волны остаются неизменными, а величина $\sqrt{1+\mathbf{m_0'^2}}$ принимает приближенные значения $\sqrt{1+\mathbf{m_0'^2}} \approx \mathbf{m_0'}$ (имея в виду, что обычно коэффициент откоса m_0' у размываемого берега в несколько раз больше единицы и, следовательно, $\mathbf{m_0'^2} >> \mathbf{1}$). Тогда с учетом этих допущений (25) переходит в линейное дифференциальное уравнение

$$\mathbf{h} = -\frac{\lambda}{2\pi}\frac{\mathbf{dh}}{\mathbf{dy}}\,\ell\mathbf{n}\left(\frac{\gamma}{\gamma_s^{\bullet}}\frac{\mathbf{a'}}{\mathbf{d}}\right). \tag{26}$$

Решение (26) при соблюдении граничного условия h = h_w при y=0 определяет глубину воды над размытым склоном или, что то же самое, – очертание контура деформированного берегового склона.

Ниже, на рис.2 приведены результаты расчета по формулам (25) и (26) переформирования одного реально действующего земляного канала, сообщающегося с морской гаванью, и предназначенного для передвижения барж и других портовых судов. На протяжении 2 лет после ввода в эксплуатацию канала волны, создаваемые баржами, вызывали сильное искажение его первоначально трапецеидального сечения, размывая и раздвигая берега более чем на 8 м; склоны канала стали значительно пологими, а из-за заиления грунта, снятого с берегов канала, приподнялись уровни его дна, угрожая содоходству.

Расчеты проведены при следующих исходных данных: первоначальное (проектное) значение коэффициента откоса $\mathbf{m_0 = ctg\theta_0}$=3,5; средняя крупность зёрен грунта откосов канала $\mathbf{d = 0{,}5\cdot 10^{-4}}$м; удельные веса воды и частиц грунта во взвешенном состоянии $\gamma = 1$ т/м^3 и $\gamma_s^{\bullet}$= 1,6 т/м^3; длина и амплитуда вдольбереговой волны λ= 4м и a'= 0,35м. Результаты расчетов оказались в хорошем соответствии с данными натурных наблюдений по размыву берегов морского портового канала.

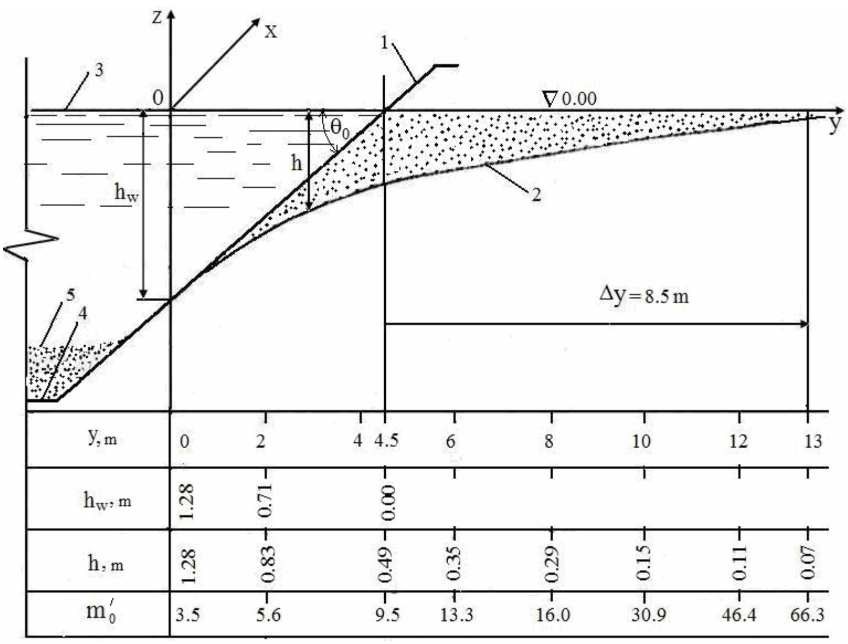

Рис. 2. Результаты расчетов деформации берегового склона канала:
1 - проектный контур берегового склона; 2 - контур размытого склона; 3 – невозмущенная поверхность потока в канале; 4 - первоначальное дно канала; 5 - грунт, осажденный на дне канала; h_w – проектная глубина воды на склоне; y – поперечная координата, отсчитанная от вертикали где h_w = 1,28м; h – глубина воды на размытом склоне; m'_0 - коэффициенты откоса размытого берегового склона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н.Е. Собрание сочинений. Т.2. М.:Гостехиздат. 1946.
2. Ламб Г. Гидродинамика. М.: Гостехиздат. 1947.
3. Практикум по динамике океана/Под ред. А.В.Некрасова и Е.Н.Пелиновского. Санкт-Петербург: Гидрометеоиздат. 1992.
4. Гагошидзе Ш.Н. Теория установившегося волнового движения воды в прибрежных акваториях и в гидротехнических сооружениях. Автореферат дисс. на соиск. уч. степени доктора наук. Тбилиси. 1994.
5. Стокер Дж. Дж. Волны на воде. Л.: ИЛ. 1959.
6. Канторович Л.В., Крылов В.Н. Приближенные методы высшего анализа. М.: Физматгиз.1962.

Шалва ГАГОШИДЗЕ, доктор техн.наук, профессор,
Грузинский НИИ энергетики и энергетических сооружений
Тел.: (+995 32) 226260; mob.: +995 893 235293
E-mail: sh.gagoshidze@gmail.com