ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО НАПОРНОГО ДВИЖЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ПОСТОЯННОМ ПЕРЕПАДЕ ДАВЛЕНИЯ

А.САРУХАНЯН, А.МАРКАРЯН, А.МАНУКЯН

Рассматривается нестационарное плоскопараллельное напорное движение вязкой жидкости при постоянном перепаде давления.

Получены закономерности изменения нестационарных гидромеханических параметров плоскопараллельного напорного движения при постоянном перепаде давления, которые дают возможность определить характер происходящих процессов и механизм образования гидравлических потерь.

Из приведенных графиков видно, чтопри малых числах Рейнольдса неустановившийся процесс быстро стремится к стационарному режиму, а при их больших значениях - нестационарный режим сохраняется значительно дольше.

Ключевые слова: ***плоскопараллельное нестационарное движение, мгновенная скорость, коэффициент, вязкий жидкость, перепад давления.***

Получены закономерности изменения гидромеханических параметров нестационарного потока плоскопараллельного напорного движения вязкой жидкости при произвольном перепаде давления и начальном распределении скоростей [1]. Исходя из общих решений задачи [1], получим закономерности изменения гидромеханических параметров нестационарного потока плоскопараллельного напорного движения при постоянном перепаде давления.

Пусть в начале нестационарного движения вязкая жидкость находится в состоянии покоя, а при $t = 0$ на жидкость действует постоянный перепад давления. В этом случае начальные и граничные условия задачи будут

$$\varphi(y) = 0\,; \tag{1}$$

$$f(t) = -\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{h}{u_\infty^2} \cdot \frac{P_1 - P_2}{\rho l} = P = \text{const}\,. \tag{2}$$

При этих значениях функции $\varphi(y)$ и $f(t)$ вычислим величину коэффициента $C_k(t)$ и функцию $F_k(t)$ [1]. Получим

$$C_k(t) = 0:$$

$$F_k(t) = \int_0^t P \cdot \exp\left(\frac{\pi^2 (2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}} u\right) du = \frac{4\,\mathrm{Re}\,P}{\pi^2 (2k-1)^2} \cdot \left(\exp\left(\frac{\pi^2 (2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}} t\right) - 1\right)\,. \tag{3}$$

Подставляя значение функций $C_k(t)$ и $F_k(t)$ в уравнение (37) [1], получаем закономерность изменения скорости плоскопараллельного напорного движения вязкой жидкости, когда на покоящуюся жидкость действует постоянный перепад давления.

$$u_x(y,t) = \frac{16\,\mathrm{Re}\,P}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3} \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 (2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}} t\right)\right) \cos\left[\pi \frac{(2k-1)}{2} y\right]. \tag{4}$$

Имея в виду, что $u_{max} = \dfrac{\mathrm{Re}\,P}{2}$, последнее равенство можно переписать в виде:

$$\frac{u_x(y,t)}{u_{max}} = \frac{32}{\pi^3} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3} \left(1 - \exp\left(-\frac{\pi^2 (2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}} t\right)\right) \cos\left[\pi \frac{(2k-1)}{2} y\right]. \tag{5}$$

Так как

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3}\cdot\cos\left[\pi\frac{(2k-1)}{2}y\right]=\frac{\pi^3}{32}\left(1-y^2\right), \tag{6}$$

то равенство (5) примет вид:

$$\frac{u_x(y,t)}{u_{max}}=\left(1-y^2\right)-\frac{32}{\pi^3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3}\cdot\cos\left[\pi\frac{(2k-1)}{2}y\right]\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right). \tag{7}$$

Из последнего уравнения получим

$$u_x(y,t)=U_{max}\left(1-y^2\right)-\frac{4\,\mathrm{Re}\cdot P}{\pi^3}\cdot\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\cos\left[\pi\frac{(2k-1)}{2}y\right]}{(2k-1)^3}\cdot\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right). \tag{8}$$

Среднюю скорость живого сечения определим из уравнений (40) [1] и (4):

$$V(t)=-\frac{64P\,\mathrm{Re}}{\pi^4}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^4}\left(\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)-1\right). \tag{9}$$

Касательные напряжения между слоями разгоняющейся жидкости согласно (38) [1] и (8) будут

$$\tau=\mu\frac{8P\,\mathrm{Re}}{\pi^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^2}\left(1-\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)\right)\cdot\sin\left[\pi\frac{(2k-1)}{2}y\right]. \tag{10}$$

Коэффициенты количества движения определяем по формуле (48) [1]

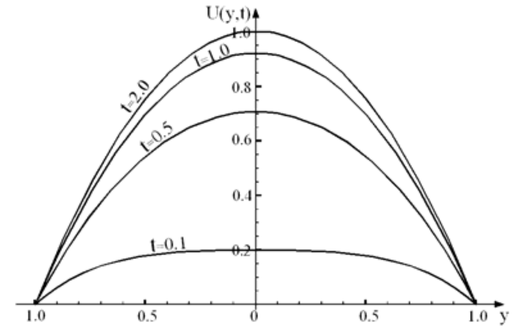
$$\begin{aligned}\beta&=\frac{8P^2\,\mathrm{Re}^2}{\pi^6V^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^6}\left(1-2\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)+\exp\left(-\frac{2\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)\right)=\\&=\frac{8P^2\,\mathrm{Re}^2}{\pi^6V^2}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{(2k-1)^6}\left(1-\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)\right)^2,\qquad 0\le t<\infty.\end{aligned} \tag{11}$$

Коэффициенты неравномерного распределения скоростей будут

$$\alpha=\frac{\int_{-1}^{+1}\left(\frac{32}{\pi^3}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^{k+1}}{(2k-1)^3}\left(1-\exp\left(-\frac{\pi^2(2k-1)^2}{4\,\mathrm{Re}}t\right)\right)\cos\left[\pi\frac{(2k-1)}{2}y\right]\right)^3dy}{V^3}. \tag{12}$$

По формулам (8)-(12) проведены компьютерные экспериментальные исследования, в результате которых построены графики изменения функций $u_x(y,t)$; $V(t)$; $\beta(t)$; $\alpha(t)$; $\tau(y,t)$ в зависимости от числа Рейнольдса.

На рис. 1-4 приведены графики изменения мгновенных скоростей по живому сечению в зависимости от числа Рейнольдса ($\mathrm{Re}=1;100;1000;1500;2000$).



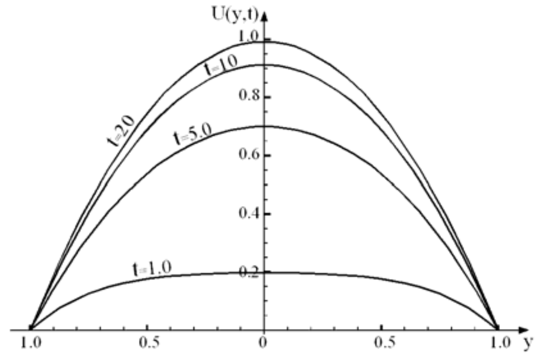
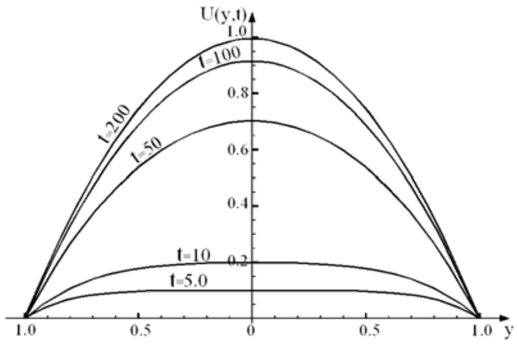


Рис. 1. **Re = 1, ($t_{ñò}$ = 1.88)** **Рис. 2.** **Re = 10, ($t_{ñò}$ = 18.8)**



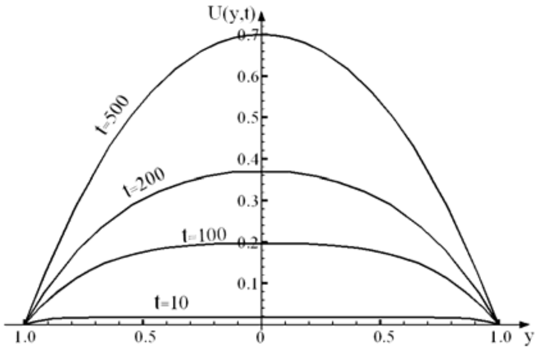
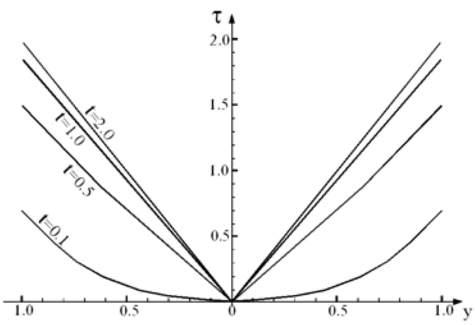


Рис. 3. **Re = 100, ($t_{ñò}$ = 188)** **Рис. 4.** **Re = 1000, ($t_{ñò}$ = 1879.5)**



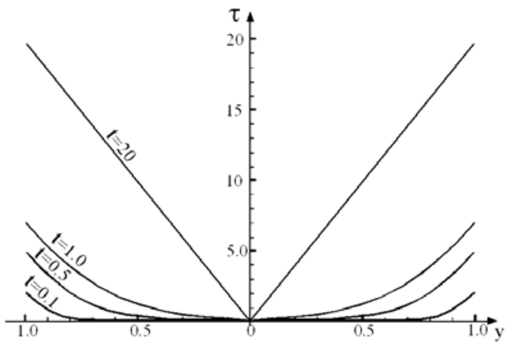
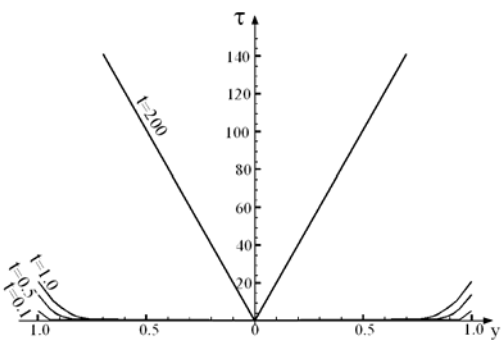


Рис. 5. **Re = 1** **Рис. 6.** **Re = 10**



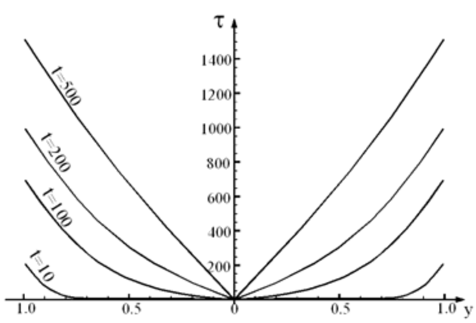


Рис. 7. **Re = 100** **Рис. 8.** **Re = 1000**

Из полученных графиков видно, что при малых числах Рейнольдса неустановившийся процесс быстро стремится к стационарному режиму, а при больших значениях числа Рейнольдса, нестационарный режим сохраняется значительно дольше.

Из приведенных графиков изменения мгновенных скоростей (рис.1-4) и касательных напряжений (рис. 5-8) также следует, что при разгонном плоскопараллельном напорном движении вязкая жидкость начинает двигаться у стенок неподвижного канала, где образуется пограничный слой, а в центре двигается как твердое тело.

Образуются две зоны: зона пограничного слоя, где разные слои двигаются с разными скоростями, что приводит к образованию касательных напряжений между слоями жидкости и ядра, и зона, где частицы жидкости двигаются с одинаковыми скоростями, вследствие чего касательные напряжения между слоями жидкости отсутствуют (рис. 5-8).

Постепенно толщина пограничного слоя увеличивается, а диаметр ядра уменьшается и через определенный промежуток времени ламинарный пограничный слой полностью охватывает все живое сечение. Для каждого случая приведено время стационаризации процесса, когда скорость в центре потока равняется $0{,}99U_{ñò}$.

Для этих же значений числа Рейнольдса построены графики изменения касательных напряжений (рис. 5-8). Из полученных графиков следует, что в начале нестационарного движения касательные напряжения образуются в зоне пограничного слоя, который постепенно возрастает и охватывает все живое сечение. При $t \to t_{ñò}$ графики изменения касательных напряжений стремятся к линейному закону.

На рис. 9 и 10 приведены графики изменения коэффициента количества движения β и кинетической энергии α.

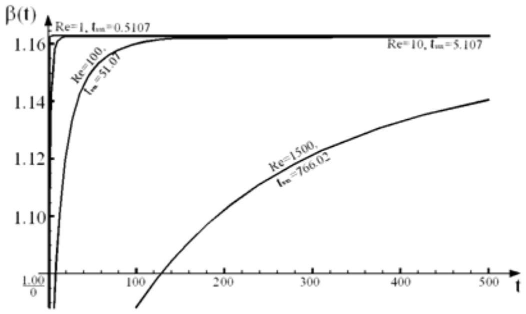


Рис. 9.

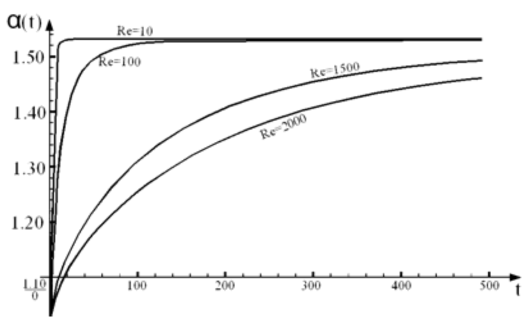


Рис. 10.

При малых числах Рейнольдса эти графики быстро стремятся к стационарным значениям $\beta_{ñò} \to 1{,}2$, $\alpha_{ñò} = \dfrac{54}{35}$ [1]. При больших же значениях числа Рейнольдса время стационаризации увеличивается. Для каждого графика приведено время стационаризаци.

На рис. 11 получены графики изменения средней скорости живого сечения для разных значений числа Рейнольдса. Для каждого графика приведено время стационаризаци.

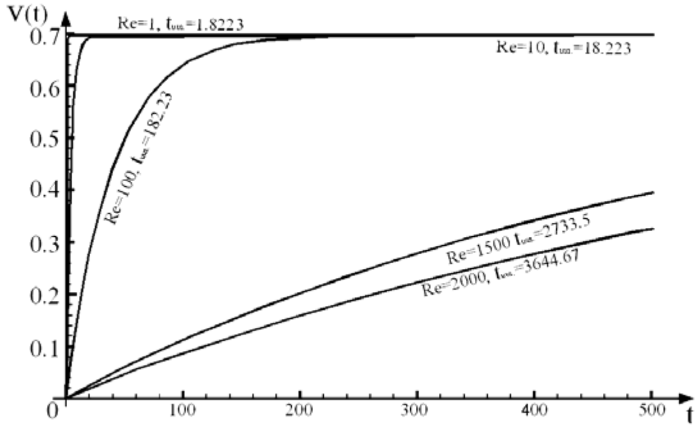


Рис. 11.

Выводы

1. **Полученные закономерности изменения нестационарных гидромеханических параметров плоскопараллельного напорного движения при постоянном перепаде давления дают возможность определить характер происходящих процессов и механизм образования гидравлических потерь.**
2. **Критерием нестационарности плоскопараллельного напорного движения является число Рейнольдса.**

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Саруханян А., Манукян А. Исследование нестационарного ламинарного плоскопараллельного напорного движения// Энергия. 2010. №2(54). Тбилиси
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Изд. 2-е. М.: Наука. 1974.
3. Громека И. С. К теории движения жидкости в узких цилиндрических трубах.М.:Изд-во АН СССР. 1952.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. 1973.
5. Слезкин Н. А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М. 1955.
6. Тарг С. М. Основные задачи теории ламинарных течениий. М.-Л. 1951.
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М. 1999.