УРАВНЕНИЯ, СВЯЗЫВАЮЩИЕ АВАРИЙНЫЕ ТОКИ ПРИ ОДНОВРЕМЕННЫХ СИММЕТРИЧНЫХ И НЕСИММЕТРИЧНЫХ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЯХ В ПРОИЗВОЛЬНЫХ УЗЛАХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Н.ТУРКИЯ, В.БАНЦАДЗЕ, В.АХАЛАДЗЕ

Представлены унифицированные уравнения, позволяющие рассчитать одновременные симметричные и несимметричные короткие замыкания (кз) в произвольных узлах электросистемы.

Поскольку согласно предложенной методике, уравнения составлены для однофазных кз, то всевозможные виды кз - двухфазные на землю, межфазные и трехфазные, рассматриваются как результат наложения токов однофазных кз. Двухфазные кз на землю - результат двух одновременных однофазных кз, а трехфазные - трех одновременных однофазных кз в тех узлах, где собственные и взаимные сопротивления (в схемах всех последовательностей) равны между собой и представляют собственное сопротивление аварийного узла. При включении межфазных кз в предложенные уравнения учтены дополнительные условия, обусловленные непосредственным подключением одной фазы к другой. Это соответствует повороту токов (прямой и обратной последовательностей) одной из поврежденных фаз на 120^0.

Представлены результаты расчетов сложных кз по предложенной авторами методике.

Ключевые слова: ***аварийные токи, короткое замыкание, собственное сопротивление, наложение токов, аварийный узел.***

Произвольное количество одновременных симметричных коротких замыканий (к.з). в электрических сетях можно представить включением двух идеальных источников ЭДС, равных по величине и направленных противоположно. Величины ЭДС могут быть произвольные, в том числе и равные узловым напряжениям нормального режима. Источники напряжения с совпадающими по направлению ЭДС оставляют исходный режим неизменным. Источники с обратным направлением ЭДС в результате суперпозиции создают аварийные составляющие токов в ветвях, а в местах повреждений – аварийные токи. Взаимозависимость аварийных токов описывается матричным уравнением:

$$Y_{uz}U_{uz} = I_{uz} \quad \text{или} \quad Y_{uz}^{-1}I_{uz} = U_{uz}\ , \qquad (1)$$

где $Y_{uz}^{-1} = Z_{uz}$ – матрица узловых сопротивлений; U_{uz} – вектор-матрица узловых напряжений, где напряжения в узлах к.з. равны напряжениям нормального режима; I_{uz} – вектор-матрица узловых токов, где значащими элементами являются неизвестные токи к.з., остальные равны нулю.

На основании того, что симметричные составляющие несимметричных аварийных токов циркулируют лишь в схемах соответствующих последовательностей, зависимости между токами и напряжениями, существующие в симметричных системах, справедливы и в схемах отдельных последовательностей. Следовательно, узловыми уравнениями, подобными уравнениям (1), можно описать зависимости между токами и напряжениями в схемах отдельных последовательностей при условии, что токи особенных (в случае однофазных к.з. – поврежденных) фаз приводятся к фазе А посредством оператора сдвига $a = e^{j120^0}$.

Таким образом, для токов и напряжений в схемах всех последовательностей, аналогично (1), при однофазных к.з. можно составить следующие матричные уравнения:

$$\begin{bmatrix} Z'_{11} & Z'_{1i} & Z'_{1j} & Z'_{1k} & Z'_{1n} \\ Z'_{i1} & Z'_{ii} & Z'_{ij} & Z'_{ik} & Z'_{in} \\ Z'_{j1} & Z'_{ji} & Z'_{jj} & Z'_{jk} & Z'_{jn} \\ Z'_{k1} & Z'_{ki} & Z'_{kj} & Z'_{kk} & Z'_{kn} \\ Z'_{n1} & Z'_{ni} & Z'_{nj} & Z'_{nk} & Z'_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I'_{iA} \\ aI'_{jB} \\ a^2 I'_{kC} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U'_1 \\ U_{iA} - U'_{iA} \\ aU_{jB} - aU'_{jB} \\ a^2 U_{kC} - a^2 U'_{kC} \\ U'_n \end{bmatrix};$$

$$\begin{bmatrix} Z''_{11} & Z''_{1i} & Z''_{1j} & Z''_{1k} & Z''_{1n} \\ Z''_{i1} & Z''_{ii} & Z''_{ij} & Z''_{ik} & Z''_{in} \\ Z''_{j1} & Z''_{ji} & Z''_{jj} & Z''_{jk} & Z''_{jn} \\ Z''_{k1} & Z''_{ki} & Z''_{kj} & Z''_{kk} & Z''_{kn} \\ Z''_{n1} & Z''_{ni} & Z''_{nj} & Z''_{nk} & Z''_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I''_{iA} \\ a^2 I''_{jB} \\ aI''_{kC} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U''_1 \\ -U''_{iA} \\ -a^2 U''_{jB} \\ -aU''_{kC} \\ U''_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11}^0 & Z_{1i}^0 & Z_{1j}^0 & Z_{1n}^0 & Z_{1n}^0 \\ Z_{i1}^0 & Z_{ii}^0 & Z_{ij}^0 & Z_{ik}^0 & Z_{in}^0 \\ Z_{j1}^0 & Z_{ji}^0 & Z_{jj}^0 & Z_{jk}^0 & Z_{jn}^0 \\ Z_{k1}^0 & Z_{ki}^0 & Z_{kj}^0 & Z_{kk}^0 & Z_{kn}^0 \\ Z_{n1}^0 & Z_{ni}^0 & Z_{nj}^0 & Z_{nk}^0 & Z_{nn}^0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_{iA}^0 \\ I_{jB}^0 \\ I_{kC}^0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1^0 \\ -U_{iA}^0 \\ -U_{jB}^0 \\ -U_{kC}^0 \\ U_n^0 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

В данном случае в узле i повреждена фаза А, в узле j - фаза В и в узле К – фаза С. Элементами матриц в уравнениях (2) являются элементы матриц собственных и взаимных сопротивлений узлов в схемах прямой ,обратной и нулевой последовательностей.

В результате перемножения матриц в выражении (2) получаем уравнения, связывающие аварийные токи и напряжения в схемах трех последовательностей

$$\begin{cases} Z'_{ii} I'_{iA} + Z'_{ij} aI'_{jB} + Z'_{ik} a^2 I'_{kC} = U_{iA} - U'_{iA} \\ Z'_{ji} I'_{iA} + Z'_{jj} aI'_{jB} + Z'_{jk} a^2 I'_{kC} = aU_{jB} - aU'_{jB} \\ Z'_{ki} I'_{iA} + Z'_{kj} aI'_{jB} + Z'_{kk} a^2 I'_{kC} = a^2 U_{kC} - a^2 U'_{kC}. \end{cases}$$

Из приведенных уравнений второе умножаем на a^2, третье - на a, получим:

$$\begin{cases} Z'_{ii} I'_{iA} + Z'_{ij} aI'_{jB} + Z'_{ik} a^2 I'_{kC} = U_{iA} - U'_{iA} \\ Z'_{ji} I'_{iA} a^2 + Z'_{jj} I'_{jB} + Z'_{jk} I'_{kC} a = U_{jB} - U'_{jB} \\ Z'_{ki} I'_{iA} a + Z'_{kj} a^2 I'_{jB} + Z'_{kk} I'_{kC} = U_{kC} - U'_{kC}. \end{cases} \qquad (3)$$

Аналогично пишем уравнения для токов и напряжений обратной и нулевой последовательностей в результате перемножения соответствующих уравнений (2):

$$\begin{cases} Z''_{ii}I''_{iA} + Z''_{ij}a^2I''_{jB} + Z''_{ik}aI''_{kC} = -U''_{iA} \\ Z''_{ji}aI''_{iA} + Z''_{jj}I''_{jB} + Z''_{jk}a^2I''_{kC} = -U''_{jB} \\ Z''_{ki}a^2I''_{iA} + Z''_{kj}aI''_{jB} + Z''_{kk}I''_{kC} = -U''_{kC} \end{cases} \quad \begin{cases} Z^0_{ii}I^0_{iA} + Z^0_{ij}I^0_{jB} + Z^0_{ik}I^0_{kc} = -U^0_{iA} \\ Z^0_{ji}I^0_{iA} + Z^0_{jj}I^0_{jB} + Z^0_{jk}I^0_{kc} = -U^0_{jB} \\ Z^0_{ki}I^0_{iA} + Z^0_{kj}I^0_{jB} + Z^0_{kk}I^0_{kc} = -U^0_{kC} \end{cases} \quad (4)$$

Если просуммируем уравнения для узлов i, j, k, составленные по схемам прямой, обратной и нулевой последовательностей (3),(4), с учетом граничных условий однофазного к.з. (5), получим уравнения (6) :

$$I' = I'' = I^0 \quad \text{и} \quad U' + U'' + U^0 = 0. \quad (5)$$

Получили систему уравнений, решение которой дает значения токов прямой (обратной или нулевой) последовательности в местах повреждений, т.е. в узлах i, j, k . Утроенные значения данных токов являются фазными значениями аварийных токов.

$$\begin{cases} \left(Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii}\right)I'_{iA} + \left(aZ'_{ij} + a^2Z''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jB} + \left(a^2Z'_{ik} + aZ''_{ik} + Z^0_{ik}\right)I'_{kc} = U_{iA} \\ \left(a^2Z'_{ji} + aZ''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iA} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{jk} + a^2Z''_{jk} + Z^0_{jk}\right)I'_{kc} = U_{jB} = a^2U_{jA} \\ \left(aZ'_{ki} + a^2Z''_{ki} + Z^0_{ki}\right)I'_{iA} + \left(a^2Z'_{kj} + aZ''_{kj} + Z^0_{kj}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{kk} + a^2Z''_{kk} + Z^0_{kk}\right)I'_{kc} = U_{kC} = aU_{KA} \end{cases} \quad (6)$$

Для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей заранее рассчитываются матрицы собственных и взаимных сопротивлений узлов – Z', Z'', Z^0. Затем из этих матриц выбираются собственные и взаимные сопротивления, соответствующие узлам к.з. Если уравнение пишется для узла i, то собственное сопротивление этого узла и взаимные сопротивления узлов i и j, с одноименными поврежденными фазами, будут суммой соответствующих собственных и взаимных сопротивлений в схемах всех последовательностей –

$$Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii} = Z_{iisov} \quad \text{и} \quad Z'_{ij} + Z''_{ij} + Z^0_{ij} = Z_{ijsov},$$

Когда повреждения имеют место в разноименных фазах, то для расчета взаимных сопротивлений z_{ij} расчет ведется либо по формуле

$$a^2Z'_{ij} + aZ''_{ij} + Z^0_{ij} = Z_{ijop},$$

если поврежденная фаза в узле j опережает поврежденную фазу в узле i, либо по формуле

$$aZ'_{ij} + a^2Z''_{ij} + Z^0_{ij} = Z_{ijot};$$

если поврежденная фаза в узле j отстает от поврежденной фазы в узле i. Собственные сопротивления в данном случае определяются подобно вышеизложенному.

Аналогично уравнению (6) можно составить уравнения для произвольного количества одновременных к.з. на землю в разных фазах.

Для унификации расчетов все виды к.з. следует рассматривать как результат наложения однофазных к.з. [3]. Так, например,трехфазное к.з. рассматривается как наложение режимов трех однофазных к.з. Если на уравнение (6) наложить условие слияния узлов (в схемах всех последовательностей)

$$Z_{ii} = Z_{jj} = Z_{kk} = Z_{ij} = Z_{ik} = Z_{kj}, \quad (7)$$

то решение даст значения одной трети фазных токов в узле i, если i узел трехфазного к.з. Аналогично и двухфазное к.з. на землю рассматривается как наложение двух однофазных к.з. Соответствующие уравнения с учетом условия (7) будут иметь вид:

$$\left.\begin{array}{l} (Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii})I'_{iB} + (aZ'_{ii} + a^2Z''_{ii} + Z^0_{ii})I'_{iC} = a^2U_{iA} \\ (a^2Z'_{ii} + aZ''_{ii} + Z^0_{ii})I'_{iB} + (Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii})I'_{iC} = aU_{iA} \end{array}\right\}. \quad (8)$$

Таким образом, все виды несимметричных к.з. на землю рассмотрены как наложение однофазных к.з. и составлены соответствующие унифицированные уравнения. Для включения межфазных к.з. в эти уравнения необходимо учесть дополнительные условия, вытекающие из того обстоятельства, что одна фаза, допустим фаза В, подключена к другой – к фазе С, т.е. $\mathbf{I_B = -I_C}$ **. Выполнение этого условия соответствует повороту токов двухфазных к.з на землю, представленных в виде суперпозиции двух однофазных к.з., на** 120^0 **так, чтобы токи прямой и обратной последовательностей фазы С в узле j совпали по направлению с токами фазы В в узле i (рис.2). Для сравнения с токами двухфазного к.з. на землю приведены соответствующие диаграммы токов прямой и обратной последовательностей (рис.1). Векторные диаграммы токов нулевой последовательности не рассматриваем, поскольку они представляют однофазную систему.**

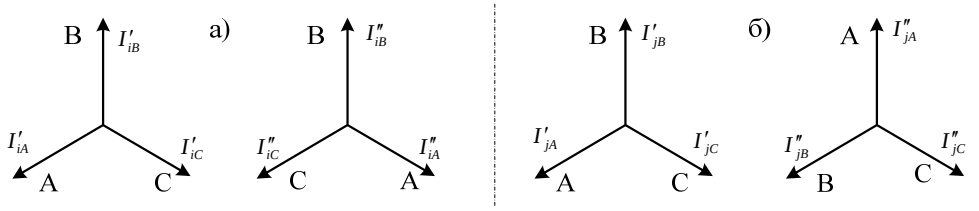


Рис. 1. Векторные диаграммы при двухфазном к.з. на землю, представленном в виде двух однофазных к.з. в узлах i и j

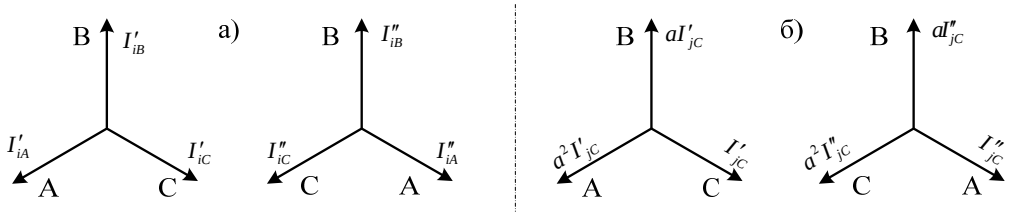


Рис. 2. Векторные диаграммы токов при межфазном к.з., представленном в виде двух однофазных к.з. в узлах i и j

Уравнения узла i (особенная фаза В) для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{Z'_{ii}I'_{iB} + aZ'_{ij}I'_{jC} = U_{iB} - U'_{iB}} \\ \mathbf{Z''_{ii}I''_{iB} + aZ''_{ij}I''_{jC} = -U''_{iB}} \\ \mathbf{Z^0_{ii}I^0_{iB} + Z^0_{ij}I^0_{jC} = -U^0_{iB}} \end{aligned}\right\}. \qquad \mathbf{(9)}$$

Суммирование уравнений (9) с учетом условий однофазного к.з. (4) дает:

$$\mathbf{(Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii})I'_{iB} + (aZ'_{ij} + aZ''_{ij} + Z^0_{ij})I'_{jC} = U_{iB} = a^2U_{iA}} \ . \qquad \mathbf{(10)}$$

Уравнения для узла j согласно схемам всех последовательностей будут:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{Z'_{jj}aI'_{Cj} + Z'_{ji}I'_{Bi} = aU_{Cj} - aU'_{Cj}} \\ \mathbf{Z''_{jj}aI''_{Cj} + Z''_{ji}I''_{Bi} = -aU''_{Cj}} \\ \mathbf{Z^0_{jj}I^0_{Cj} + Z^0_{ji}I^0_{Bi} = -U^0_{Cj}} \end{aligned}\right\} \ . \qquad \mathbf{(11)}$$

Суммирование уравнений (11), с учетом (5) после умножения первого и второго уравнений системы (11) на $\mathbf{a^2}$ **определяет уравнение для узла j**

$$(\mathbf{Z}'_{jj}+\mathbf{Z}''_{jj}+\mathbf{Z}^0_{jj})\mathbf{I}'_{jC}+(\mathbf{a}^2\mathbf{Z}'_{ji}+\mathbf{a}^2\mathbf{Z}''_{ji}+\mathbf{Z}^0_{ji})\mathbf{I}'_{iB}=\mathbf{U}_{jC}=\mathbf{a}\mathbf{U}_{jA}.$$

В результате получим систему уравнений, описывающих двухфазное к.з.:

$$\left.\begin{aligned}(\mathbf{Z}'_{ii}+\mathbf{Z}''_{ii}+\mathbf{Z}^0_{ii})\mathbf{I}'_{iB}+(\mathbf{a}\mathbf{Z}'_{ii}+\mathbf{a}\mathbf{Z}''_{ii}+\mathbf{Z}^0_{ii})\mathbf{I}'_{iC}&=\mathbf{a}^2\mathbf{U}_{iA}\\(\mathbf{a}^2\mathbf{Z}'_{ii}+\mathbf{a}^2\mathbf{Z}''_{ii}+\mathbf{Z}^0_{ii})\mathbf{I}'_{iB}+(\mathbf{Z}'_{ii}+\mathbf{Z}''_{ii}+\mathbf{Z}^0_{ii})\mathbf{I}'_{iC}&=\mathbf{a}\mathbf{U}_{iA}\end{aligned}\right\}. \qquad (12)$$

Решение (12) дает одну треть значения фазных токов при к.з. между фазами B и C.

Для определения взаимодействия фазных токов при межфазных к.з. с токами при однофазных к.з. в узлах с повреждениями в различных фазах, сначала рассмотрим однофазное к.з. в узле i при двухфазном к.з. между фазами B и C в узле j.

Произведем моделирование токов в местах к.з. идеальными источниками тока в схемах прямой, обратной и нулевой последовательностей (рис.3).

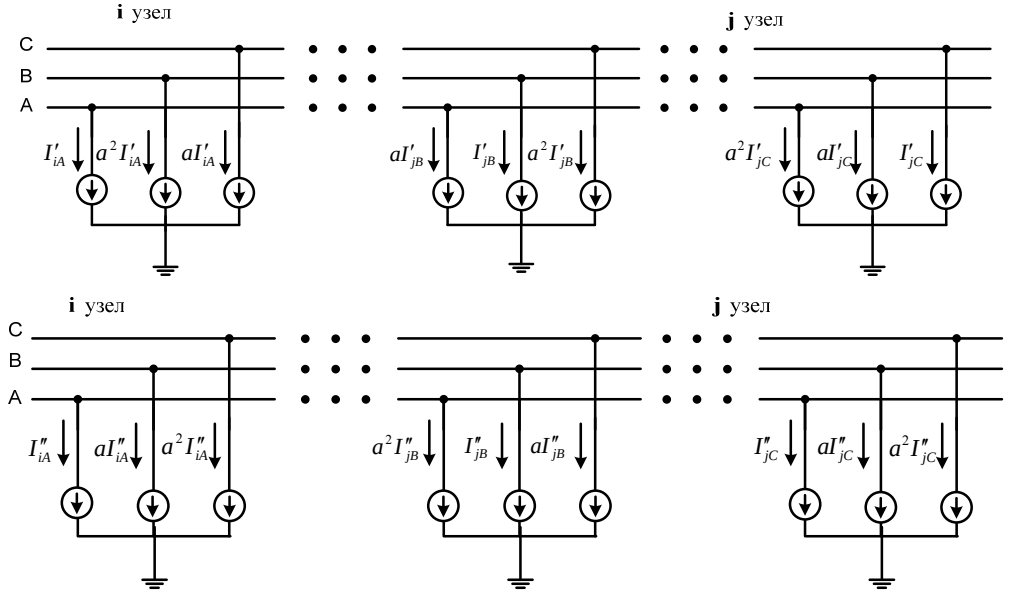


Рис. 3.

Уравнения зависимости между токами в схемах прямой, обратной и нулевой последовательностей для узла i, где замкнута фаза A, будут иметь вид:

$$\begin{cases}\mathbf{Z}'_{ii}\mathbf{I}'_{iA}+\mathbf{Z}'_{ij}\mathbf{a}\mathbf{I}'_{jB}+\mathbf{Z}'_{ij}\mathbf{a}^2\mathbf{I}'_{jC}=\mathbf{U}_{iA}-\mathbf{U}'_{iA}\\ \mathbf{Z}''_{ii}\mathbf{I}''_{iA}+\mathbf{Z}''_{ij}\mathbf{a}^2\mathbf{I}''_{jB}+\mathbf{Z}''_{ij}\mathbf{I}''_{jC}=-\mathbf{U}''_{iA}\\ \mathbf{Z}^0_{ii}\mathbf{I}^0_{iA}+\mathbf{Z}^0_{ij}\mathbf{I}^0_{jB}+\mathbf{Z}^0_{ij}\mathbf{I}^0_{jC}=-\mathbf{U}^0_{iA}\end{cases} \qquad (13)$$

Сложение уравнений (13) с учетом граничных условий однофазного к.з. даст:

$$\left(\mathbf{Z}'_{ii}+\mathbf{Z}''_{ii}+\mathbf{Z}^0_{ii}\right)\mathbf{I}'_{iA}+\left(\mathbf{a}\mathbf{Z}'_{ij}+\mathbf{a}^2\mathbf{Z}''_{ij}+\mathbf{Z}^0_{ij}\right)\mathbf{I}'_{jB}+\left(\mathbf{a}^2\mathbf{Z}'_{ij}+\mathbf{Z}''_{ij}+\mathbf{Z}^0_{ij}\right)\mathbf{I}'_{jC}=\mathbf{U}_{iA} \qquad (14)$$

Аналогично для узла j, где замкнута фаза B, получим:

$$\begin{cases}\mathbf{Z}'_{ji}\mathbf{a}^2\mathbf{I}'_{iA}+\mathbf{Z}'_{jj}\mathbf{I}'_{jB}+\mathbf{Z}'_{jj}\mathbf{a}\mathbf{I}'_{jC}=\mathbf{U}_{jB}-\mathbf{U}'_{jB}\\ \mathbf{Z}''_{ji}\mathbf{a}\mathbf{I}''_{iA}+\mathbf{Z}''_{jj}\mathbf{I}''_{jB}+\mathbf{Z}''_{jj}\mathbf{a}\mathbf{I}''_{jC}=-\mathbf{U}''_{jB}\\ \mathbf{Z}^0_{ji}\mathbf{I}^0_{iA}+\mathbf{Z}^0_{jj}\mathbf{I}^0_{jB}+\mathbf{Z}^0_{jj}\mathbf{I}^0_{jC}=-\mathbf{U}^0_{jC}\end{cases} \qquad (15)$$

$$\left(\mathbf{a}^2\mathbf{Z}'_{ji}+\mathbf{a}\mathbf{Z}''_{ji}+\mathbf{Z}^0_{ji}\right)\mathbf{I}'_{iA}+\left(\mathbf{Z}'_{jj}+\mathbf{Z}''_{jj}+\mathbf{Z}^0_{jj}\right)\mathbf{I}'_{jB}+\left(\mathbf{a}\mathbf{Z}'_{jj}+\mathbf{a}\mathbf{Z}''_{jj}+\mathbf{Z}^0_{jj}\right)\mathbf{I}'_{jC}=\mathbf{U}_{jB} \qquad (16)$$

Для узла j, где замкнута фаза C , получим :

$$\begin{cases} \mathbf{Z'_{ji}aI'_{iA} + Z'_{jj}a^2I'_{jB} + Z'_{jj}I'_{jC} = U_{jC} - U'_{jC}} \\ \mathbf{Z''_{ji}a^2I''_{iA} + Z''_{jj}aI''_{jB} + Z''_{jj}a^2I''_{jC} = -a^2U''_{jC}} \\ \mathbf{Z^0_{ji}I^0_{iA} + Z^0_{jj}I^0_{jB} + Z^0_{jj}I^0_{jC} = -U^0_{jC}} \end{cases} \quad \textbf{(17)}$$

$$\mathbf{\left(aZ'_{ji} + Z''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iA} + \left(a^2Z'_{jj} + a^2Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = U_{jC}}.$$

Система уравнений, определяющая искомые неизвестные, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \mathbf{\left(Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii}\right)I'_{iA} + \left(aZ'_{ij} + a^2Z''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jB} + \left(a^2Z'_{ij} + Z''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jC} = U_{iA}} \\ \mathbf{\left(a^2Z'_{ji} + aZ''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iA} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{jj} + aZ''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = a^2U_{jA}} \\ \mathbf{\left(aZ'_{ji} + Z''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iA} + \left(a^2Z'_{jj} + a^2Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = aU_{jA}} \end{cases} \quad \textbf{(18)}$$

$$\mathbf{I^F_{iA} = 3I'_{iA}, \quad I^F_{jB} = 3I'_{jB}, \quad I^F_{jC} = 3I'_{jC}}$$

Аналогично получены уравнения (19), определяющие искомые $\mathbf{I'_{iB}}$, $\mathbf{I'_{jB}}$, $\mathbf{I'_{jC}}$, когда в узле i замкнута фаза B, а в узле j замкнуты между собой фазы B и C (рис.4).

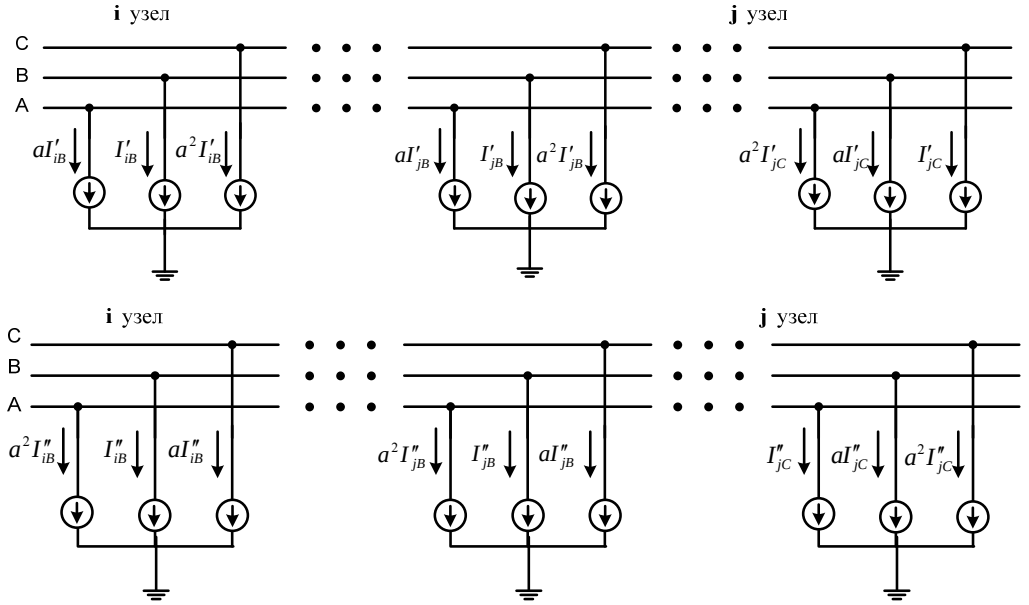


Рис. 4.

$$\begin{cases} \mathbf{\left(Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii}\right)I'_{iB} + \left(Z'_{ij} + Z''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{ij} + aZ''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jC} = a^2U_{iA}} \\ \mathbf{\left(Z'_{ji} + Z''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iB} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{jj} + aZ''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = a^2U_{iA}} \\ \mathbf{\left(a^2Z'_{ji} + a^2Z''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iB} + \left(a^2Z'_{jj} + a^2Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = aU_{jA}} \end{cases} \quad \textbf{(19)}$$

Аналогично получаются уравнения для случая, когда в узле i замкнута фаза C, а в узле j замкнуты между собой фазы B и C (рис.5).

$$\begin{cases} \mathbf{\left(Z'_{ii} + Z''_{ii} + Z^0_{ii}\right)I'_{iC} + \left(a^2Z'_{ij} + aZ''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jB} + \left(Z'_{ij} + a^2Z''_{ij} + Z^0_{ij}\right)I'_{jC} = aU_{iA}} \\ \mathbf{\left(aZ'_{ji} + a^2Z''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iC} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(aZ'_{jj} + aZ''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = a^2U_{jA}} \\ \mathbf{\left(Z'_{ji} + aZ''_{ji} + Z^0_{ji}\right)I'_{iC} + \left(a^2Z'_{jj} + a^2Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jB} + \left(Z'_{jj} + Z''_{jj} + Z^0_{jj}\right)I'_{jC} = aU_{jA}}. \end{cases}$$

Рассчитаны различные комбинации одновременных несимметричных к.з., но в качестве наиболее наглядного примера, иллюстрирующего достоверность расчетов по предложенной методике, выбран случай межфазного к.з. в узле j при трехфазном к.з. в узле i. На уравнения для трех однофазных к.з. в узлах i, m, n (для двухфазного к.з. в узле j условие слияния узлов было учтено с начала составления уравнений) (21), наложено условие слияния узлов i, m, n (20). В результате были получены уравнения (22):

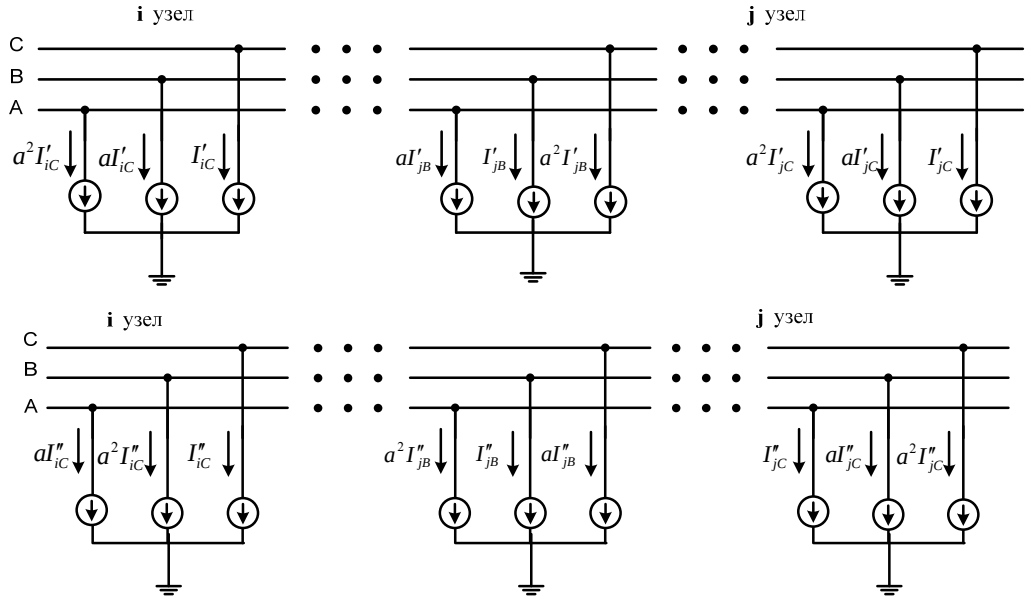


Рис. 5.

$$\mathbf{Z_{ii} = Z_{mm} = Z_{nn} = Z_{im} = Z_{in} = Z_{mn}} \qquad \mathbf{(20)}$$

Таким образом, уравнения составлены для пяти однофазых к.з. – два однофазных к.з. в узле j и три однофазных к.з. в узле i. Собственные сопротивления для однофазных к.з. в узле i в схемах всех последовательностей равны Z'_{ii}, Z''_{ii}, Z^0_{ii} , в узле j - Z'_{jj}, Z''_{jj}, Z^0_{jj} взаимные сопротивления между узлами i и j будут Z'_{ij}, Z''_{ij}, Z^0_{ij} .

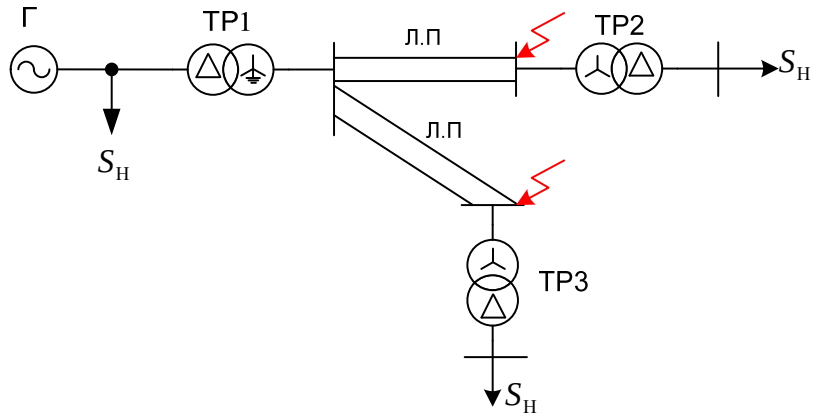
$$\begin{bmatrix} \left(Z'_{ii}+Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(aZ'_{im}+a^2Z''_{im}+Z^0_{im}\right) & \left(a^2Z'_{in}+aZ''_{in}+Z^0_{in}\right) & \left(aZ'_{ij}+a^2Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) & \left(a^2Z'_{ij}+Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) \\ \left(a^2Z'_{mi}+aZ''_{mi}+Z^0_{mi}\right) & \left(Z'_{mm}+Z''_{mm}+Z^0_{mm}\right) & \left(aZ'_{mn}+a^2Z''_{mn}+Z^0_{mn}\right) & \left(Z'_{mj}+Z''_{mj}+Z^0_{mj}\right) & \left(aZ'_{mj}+aZ''_{mj}+Z^0_{mj}\right) \\ \left(aZ'_{ni}+a^2Z''_{ni}+Z^0_{ni}\right) & \left(a^2Z'_{nm}+aZ''_{nm}+Z^0_{nm}\right) & \left(Z'_{nn}+Z''_{nn}+Z^0_{nn}\right) & \left(a^2Z'_{nj}+aZ''_{nj}+Z^0_{nj}\right) & \left(Z'_{nj}+a^2Z''_{nj}+Z^0_{nj}\right) \\ \left(a^2Z'_{ji}+aZ''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(Z'_{jm}+Z''_{jm}+Z^0_{jm}\right) & \left(aZ'_{jn}+a^2Z''_{jn}+Z^0_{jn}\right) & \left(Z'_{jj}+Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) & \left(aZ'_{jj}+aZ''_{jj}+Z^0_{jj}\right) \\ \left(aZ'_{ji}+Z''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(a^2Z'_{jm}+a^2Z''_{jm}+Z^0_{jm}\right) & \left(Z'_{jn}+aZ''_{jn}+Z^0_{jn}\right) & \left(a^2Z'_{jj}+a^2Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) & \left(Z'_{jj}+Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I'_{iA} \\ I'_{mB} \\ I'_{nC} \\ I'_{jB} \\ I'_{jC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{iA} \\ U_{iB} \\ U_{iC} \\ U_{jB} \\ U_{jC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{iA} \\ a^2U_{iA} \\ aU_{iA} \\ a^2U_{jA} \\ aU_{jA} \end{bmatrix}$$

(21)

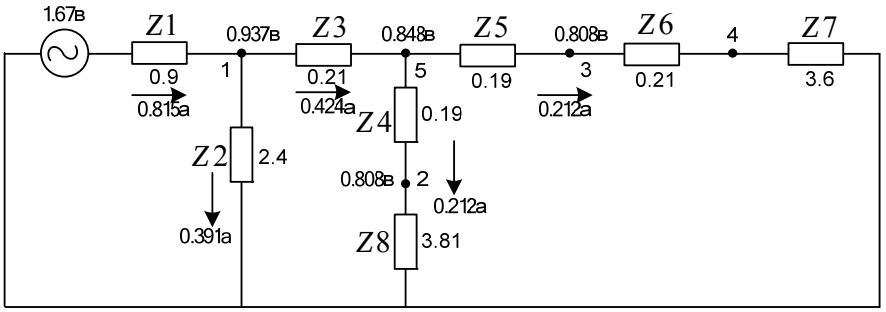
После учета условия слияния узлов для узла с трефазным к.з. получаем:

$$\begin{bmatrix} \left(Z'_{ii}+Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(aZ'_{ii}+a^2Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(a^2Z'_{ii}+aZ''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(aZ'_{ij}+a^2Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) & \left(a^2Z'_{ij}+Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) \\ \left(a^2Z'_{ii}+aZ''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(Z'_{ii}+Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(aZ'_{ii}+a^2Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(Z'_{ij}+Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) & \left(aZ'_{ij}+aZ''_{ij}+Z^0_{ij}\right) \\ \left(aZ'_{ii}+a^2Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(a^2Z'_{ii}+aZ''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(Z'_{ii}+Z''_{ii}+Z^0_{ii}\right) & \left(a^2Z'_{ij}+aZ''_{ij}+Z^0_{ij}\right) & \left(Z'_{ij}+a^2Z''_{ij}+Z^0_{ij}\right) \\ \left(a^2Z'_{ji}+aZ''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(Z'_{ji}+Z''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(aZ'_{ji}+a^2Z''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(Z'_{jj}+Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) & \left(aZ'_{jj}+aZ''_{jj}+Z^0_{jj}\right) \\ \left(aZ'_{ji}+Z''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(a^2Z'_{ji}+a^2Z''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(Z'_{ji}+aZ''_{ji}+Z^0_{ji}\right) & \left(a^2Z'_{jj}+a^2Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) & \left(Z'_{jj}+Z''_{jj}+Z^0_{jj}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I'_{iA} \\ I'_{iB} \\ I'_{iC} \\ I'_{jB} \\ I'_{jC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{iA} \\ U_{iB} \\ U_{iC} \\ U_{jB} \\ U_{jC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{iA} \\ a^2U_{iA} \\ aU_{iA} \\ a^2U_{jA} \\ aU_{jA} \end{bmatrix}$$

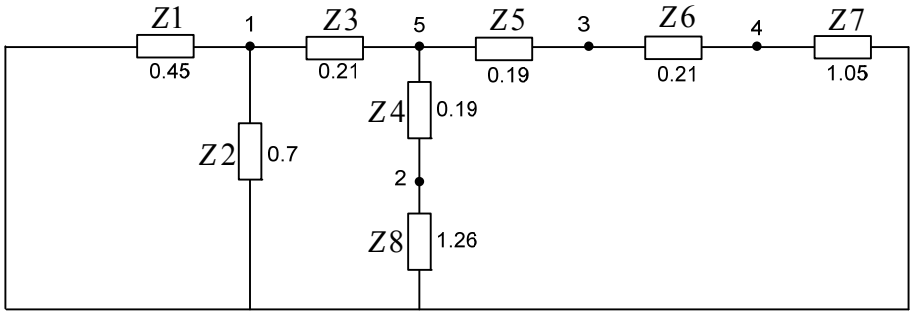
(22)



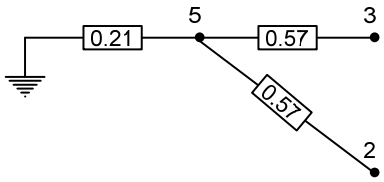
a)



b)



c)



d)

Рис. 6.

Этот пример удобен и тем, что для подтверждения достоверности полученных результатов, их можно сравнить с результатами расчетов, проведенных обычным методом для одного места повреждения, т.е с расчетами двухфазного к.з в узле 3 при непосредственном замыкании узла 2 на землю. В этом случае влияние трехфазного к.з.

учитывается пересчетом собственных и взаимных сопротивлений узлов согласно изменениям, вызванным замыканием узла 2 на землю.

Рассчитанные в MATLAB собственные и взаимные сопротивления узлов 2 и 3 для схем прямой, обратной и нулевой последовательностей представлены в виде матриц Z1, Z2, Z0.

$$Z1 = \begin{bmatrix} Z'_{22} & Z'_{23} \\ Z'_{32} & Z'_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + j0.7286 & 0 + j0.5476 \\ 0 + j0.5476 & 0 + j0.7286 \end{bmatrix}$$

$$Z2 = \begin{bmatrix} Z''_{22} & Z''_{23} \\ Z''_{32} & Z''_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + j0.3842 & 0 + j0.2191 \\ 0 + j0.2191 & 0 + j0.3842 \end{bmatrix}$$

$$Z0 = \begin{bmatrix} Z^0_{22} & Z^0_{23} \\ Z^0_{32} & Z^0_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + j0.7800 & 0 + j0.2100 \\ 0 + j0.2100 & 0 + j0.7800 \end{bmatrix}$$

Как видно из уравнений взаимозависимостей аварийных токов, коэффициенты для совпадающих, отстающих и опережающих фаз по отношению к особенной фазе того узла, для которого пишется уравнение, рассчитываются посредством элементов матриц Z1, Z2, Z0 и оператора сдвига векторов $a = -0.5 + j0.866$ по нижеприведенным формулам:

$$Z_{sov} = Z1 + Z2 + Z0 \qquad Z_{sov} = \begin{bmatrix} 0 + j1.8928 & 0 + j0.9767 \\ 0 + j0.9767 & 0 + j1.8928 \end{bmatrix}$$

$$Z_{ot} = a \cdot Z1 + a^2 \cdot Z2 + Z0 \qquad Z_{ot} = \begin{bmatrix} -0.2983 + j0.2236 & -0.2845 - j0.1733 \\ -0.2845 - j0.1733 & -0.2983 + j0.2236 \end{bmatrix}$$

$$Z_{op} = a^2 \cdot Z1 + a \cdot Z2 + Z0 \qquad Z_{op} = \begin{bmatrix} 0.2983 + j0.2236 & 0.2845 - j0.1733 \\ 0.2845 - j0.1733 & 0.2983 + j0.2236 \end{bmatrix}$$

$$ZZ_{ot} = a \cdot Z1 + a \cdot Z2 + Z0 \qquad ZZ_{ot} = \begin{bmatrix} -0.9637 + j0.2236 & -0.6640 - j0.1733 \\ -0.6640 - j0.1733 & -0.9637 + j0.2236 \end{bmatrix}$$

$$ZZ_{op} = a^2 \cdot Z1 + a^2 \cdot Z2 + Z0 \qquad ZZ_{op} = \begin{bmatrix} 0.9637 + j0.2236 & 0.6640 - j0.1733 \\ 0.6640 - j0.1733 & 0.9637 + j0.2236 \end{bmatrix}$$

$$A_{op} = a^2 \cdot Z1 + Z2 + Z0 \qquad A_{op} = \begin{bmatrix} 0.6310 + j0.7999 & 0.4742 + j0.1553 \\ 0.4742 + j0.1553 & 0.6310 + j0.7999 \end{bmatrix}$$

$$B_{op} = Z1 + a^2 \cdot Z2 + Z0 \qquad B_{op} = \begin{bmatrix} 0.3327 + j1.3165 & 0.1897 + j0.6481 \\ 0.1897 + j0.6481 & 0.3327 + j1.3165 \end{bmatrix}$$

$$A_{ot} = a \cdot Z1 + Z2 + Z0 \qquad A_{ot} = \begin{bmatrix} -0.6310 + j0.7999 & -0.4742 + j0.1553 \\ -0.4742 + j0.1553 & -0.6310 + j0.7999 \end{bmatrix}$$

$$B_{ot} = Z1 + a \cdot Z2 + Z0 \qquad B_{ot} = \begin{bmatrix} -0.3327 + j1.3165 & -0.1897 + j0.6481 \\ -0.1897 + j0.6481 & -0.3327 + j1.3165 \end{bmatrix}$$

Выбирая нужные элементы по индексам, соответствующим аварийным узлам, из пересчитанных матриц составляем систему уравнений

$$Z^*I=U\ , \qquad (23)$$

где

$$Z=\begin{bmatrix} 0+j1.8928 & -0.2983+j0.2236 & 0.2983+j0.2236 & -0.2845-j0.1733 & 0.4742+j0.1553 \\ 0.2983+j0.2236 & 0+j1.8928 & -0.2983+j0.2236 & 0+j0.9767 & -0.6640-j0.1733 \\ -0.2983+j0.2236 & 0.2983+j0.2236 & 0+j1.8928 & 0.2845-j0.1733 & 0.1897+j0.6481 \\ 0.2845-j0.1733 & 0+j0.9767 & -0.2845-j0.1733 & 0+j1.8928 & -0.9637+j0.2236 \\ -0.4742+j0.1553 & 0.6640-j0.1733 & -0.1897+j0.6481 & 0.9637+j0.2236 & 0+j1.8928 \end{bmatrix}$$

$$U=\begin{bmatrix} U_2 \\ a^2U_2 \\ aU_2 \\ a^2U_3 \\ aU_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.8080+j0 \\ -0.4040-j0.6997 \\ -0.4040+j0.6997 \\ -0.4040-j0.6997 \\ -0.4040+j0.6997 \end{bmatrix}$$ **- фазные напряжения второго и третьего узлов схемы рис. 6.**

Решая систему уравнений (23), получаем:

$$I=\mathrm{inv}(Z)\cdot U$$

$$I=\begin{bmatrix} -0.0573-j0.3155 \\ -0.1872+j0.1081 \\ 0.2445+j0.2074 \\ -0.2011+j0.0000 \\ 0.2011+j0.0000 \end{bmatrix}$$

Утроенные значения элементов матрицы I являются значениями фазных токов в местах повреждения. Для достоверности предложенного метода произведен расчет двухфазного к.з. в узле 3 при непосредственном замыкании узла 2 на землю. В этом случае $Z'_{33}=0+j0.317$ $Z''_{33}=0+j0.2593$ и напряжение в узле 3 - $U_3=0.2008$. Расчет выполнен по методу, изложенному в [1].

$$i_{3B}=-j1.732\cdot 0.2008/(j0.317+j0.2593)=-0.6035$$

$$i_{3C}=j1.732\cdot 0.2008/(j0.317+j0.2593)=0.6035$$

$$i_{3B}/3=-0.6035/3=-0.2011$$

$$i_{3C}/3=0.2011$$

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ульянов С. А. Электромагнитные переходные процессы. М.: Энергия. 1970.
2. Жуков Л.А., Стратан И.П. Установившиеся режимы сложных электрических сетей и систем. М.: Энергия. 1973.
3. Туркия Н., Банцадзе В. Уравнения, описывающие несимметричные короткие замыкания // Энергия. 2008. № 3(47). Тбилиси (на груз.яз.).